

EPRI14 – Metrologia

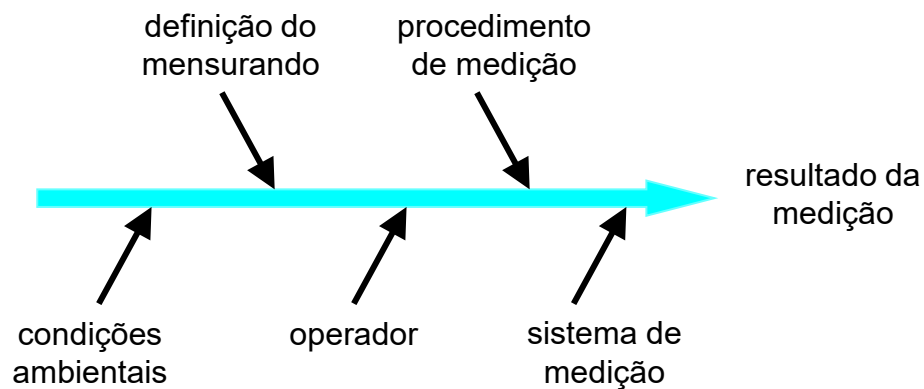
08

Medição direta





Motivação



Como usar as informações disponíveis sobre o processo de medição e escrever corretamente o resultado da medição?

$$RM = (RB \pm IM) \text{ unidade}$$



Medições Diretas e Indiretas



Medições direta

- O sistema de medição já indica naturalmente o valor do mensurando.
 - Exemplos:
 - Medição do diâmetro de um eixo com um paquímetro.
 - Medição da tensão elétrica de uma pilha com um voltímetro.



Medições Indireta

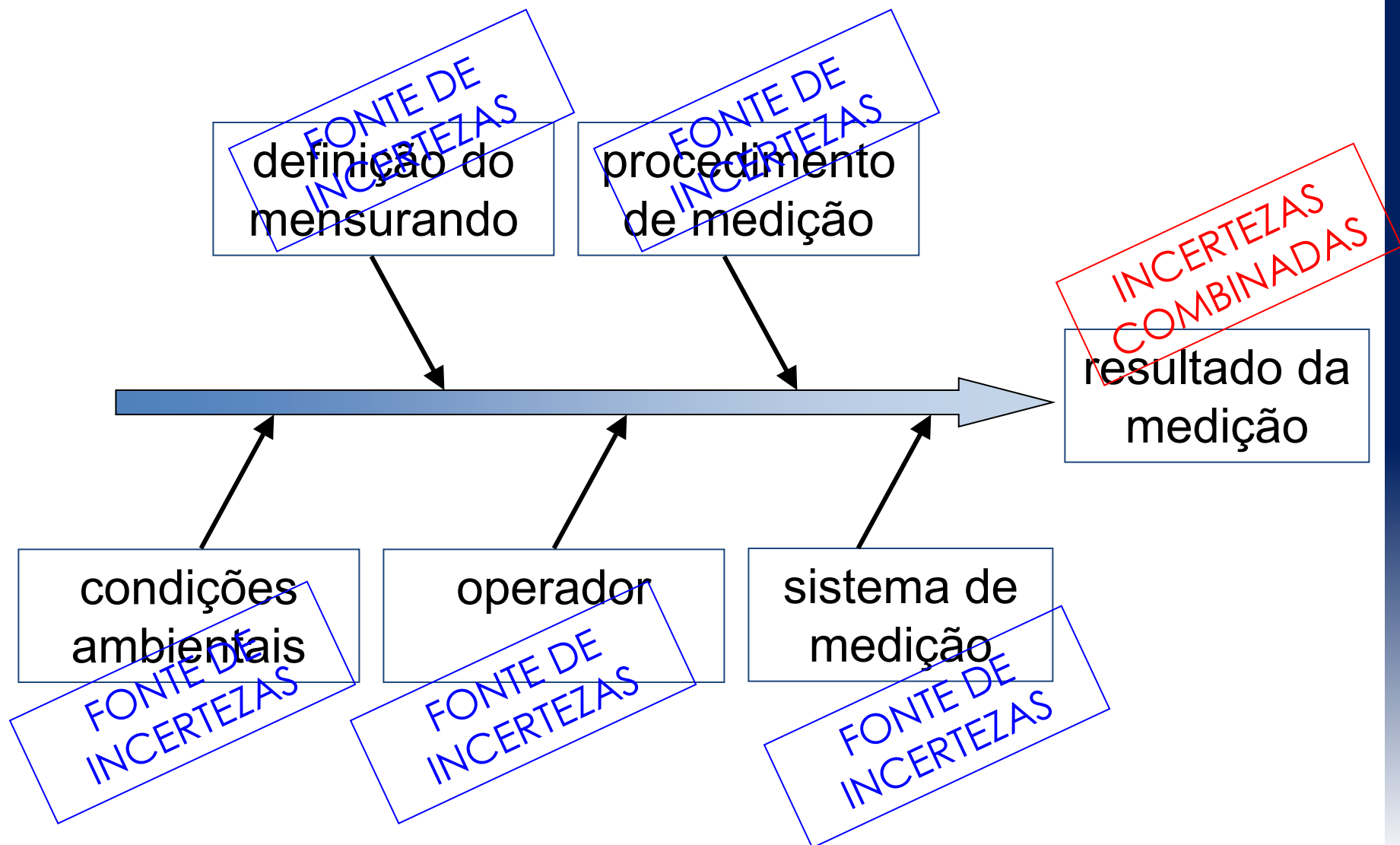
- A grandeza é determinada a partir de operações entre duas ou mais grandezas medidas separadamente.
 - Exemplos:
 - A área de um terreno retangular multiplicando largura pelo comprimento.
 - Medição da velocidade média de um automóvel dividindo a distância percorrida pelo tempo correspondente.



Caracterização do processo de medição



Processo de medição





A variabilidade do Mensurando

O que é Variabilidade do Mensurando?

- ➡ É a variação natural do valor da grandeza medida.
- ➡ Pode decorrer do próprio fenômeno físico.
- ➡ Não deve ser confundida com erro do sistema de medição.

- ➡ Valor permanece constante durante a medição.
- ➡ Modelo: $RM = I + C \pm Re$
- ➡ RM = Resultado da Medição
- ➡ I = Indicação do instrumento
- ➡ C = Correção sistemática
- ➡ Re = Repetitividade combinada (erros aleatórios)

Mensurando Variável

- ➡ Valor varia com tempo, posição ou condições externas.
- ➡ Modelo: $RM = \bar{x} + C \pm k \cdot u$
- ➡ RM = Resultado da Medição
- ➡ $\bar{x}$ = Média das medições
- ➡ C = Correção sistemática
- ➡ k = Fator de abrangência
- ➡ u = Incerteza padrão
- ➡ $k \cdot u$ = Incerteza expandida

- ➡ Se invariável: dispersão vem do sistema de medição.
- ➡ Se variável: dispersão pode refletir o fenômeno físico.
- ➡ O resultado deve sempre incluir a incerteza.



Variabilidade do mensurando

■ Invariável

- se seu valor permanece constante durante o período em que a medição é efetuada.
 - Exemplo: a massa de uma jóia.

■ Variável

- quando o seu valor não é único ou bem definido. Seu valor pode variar em função da posição, do tempo ou de outros fatores.
 - Exemplo: a temperatura ambiente.



O resultado da medição de um
mensurando invariável quando a
incerteza e correção combinadas
são conhecidas



Incertezas combinadas

- A repetitividade combinada corresponde à contribuição resultante de todas as fontes de erros aleatórios que agem simultaneamente no processo de medição.
- A correção combinada compensa os erros sistemáticos de todas as fontes de erros que agem simultaneamente no processo de medição.



Estimativa da repetitividade (Re) (Relembrando...)

(para 95,45 % de probabilidade)

A repetitividade define a faixa dentro da qual, para uma dada probabilidade, o erro aleatório é esperado.

Para amostras infinitas:

$$Re = 2 \cdot \sigma$$

Para amostras finitas:

$$Re = t \cdot u$$

Sendo “t” o coeficiente de Student para $\nu = n - 1$ graus de liberdade.

n = é o tamanho da amostra; σ = desvio padrão; u = incerteza padrão.



Coeficiente “t” de Student (Relembrando...)

$v = n - 1$ graus de liberdade.

n = é o tamanho da amostra

v	t	v	t	v	t	v	t
1	13,968	10	2,284	19	2,140	80	2,032
2	4,527	11	2,255	20	2,133	90	2,028
3	3,307	12	2,231	25	2,105	100	2,025
4	2,869	13	2,212	30	2,087	150	2,017
5	2,649	14	2,195	35	2,074	200	2,013
6	2,517	15	2,181	40	2,064	1000	2,003
7	2,429	16	2,169	50	2,051	10000	2,000
8	2,366	17	2,158	60	2,043	100000	2,000
9	2,320	18	2,149	70	2,036	∞	2,000



Exemplo de estimativa da repetitividade (*Re*) (Relembrando...)

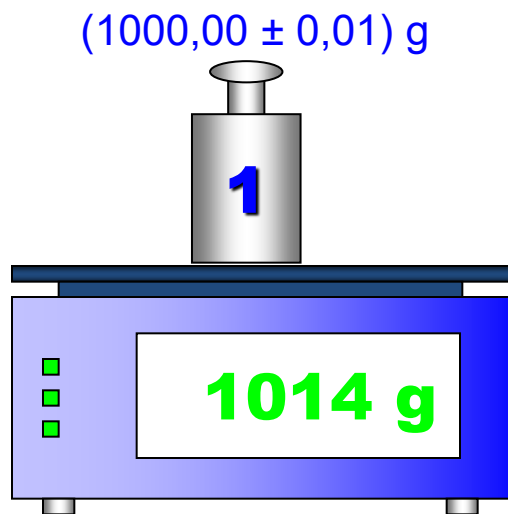
u = incerteza padrão.

$\nu = n - 1$ graus de liberdade.

t = coeficiente de Student.

***Re* = Repetitividade.**

$$u = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (I_i - \bar{I})^2}{n - 1}}$$



1014 g
1015 g
1017 g
1012 g
1015 g
1018 g
1014 g
1015 g
1016 g
1013 g
1016 g
1015 g

$$u = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (I_i - 1015)^2}{12 - 1}}$$

$n = 12$ (n° de medidas)

$u = 1,65$ g

$\nu = 12 - 1 = 11$

$t = 2,255$

$Re = 2,255 \cdot 1,65$

$Re = 3,72$ g

Média $\bar{I}$: 1015 g



Exemplo de estimativa da repetitividade (*Re*) (Relembrando...)

u = incerteza padrão.

t = coeficiente de Student.

$\nu = n - 1$ graus de liberdade.

Re = Repetitividade.

$$u = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (I_i - \bar{I})^2}{n - 1}}$$

$$u = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (I_i - 1015)^2}{12 - 1}}$$

$n = 12$ (n° de medidas)

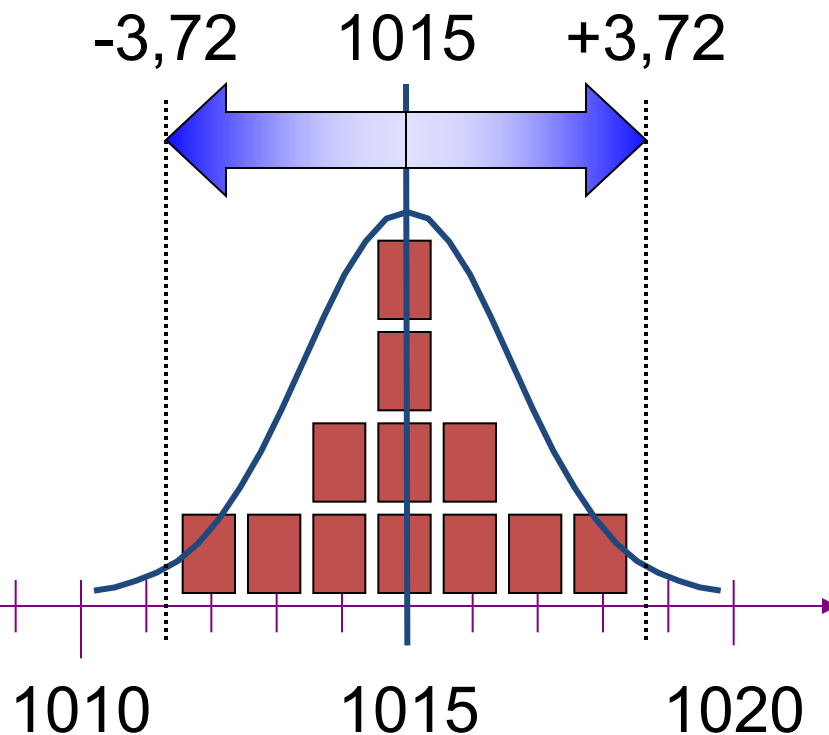
$u = 1,65$ g

$\nu = 12 - 1 = 11$

$t = 2,255$

$Re = 2,255 \cdot 1,65$

$Re = 3,72$ g





Três casos

Caso
1

Caso
2

Caso
3

Número n de medições repetidas:

$n = 1$

$n > 1$

$n \geq 1$

Compensa erros sistemáticos:

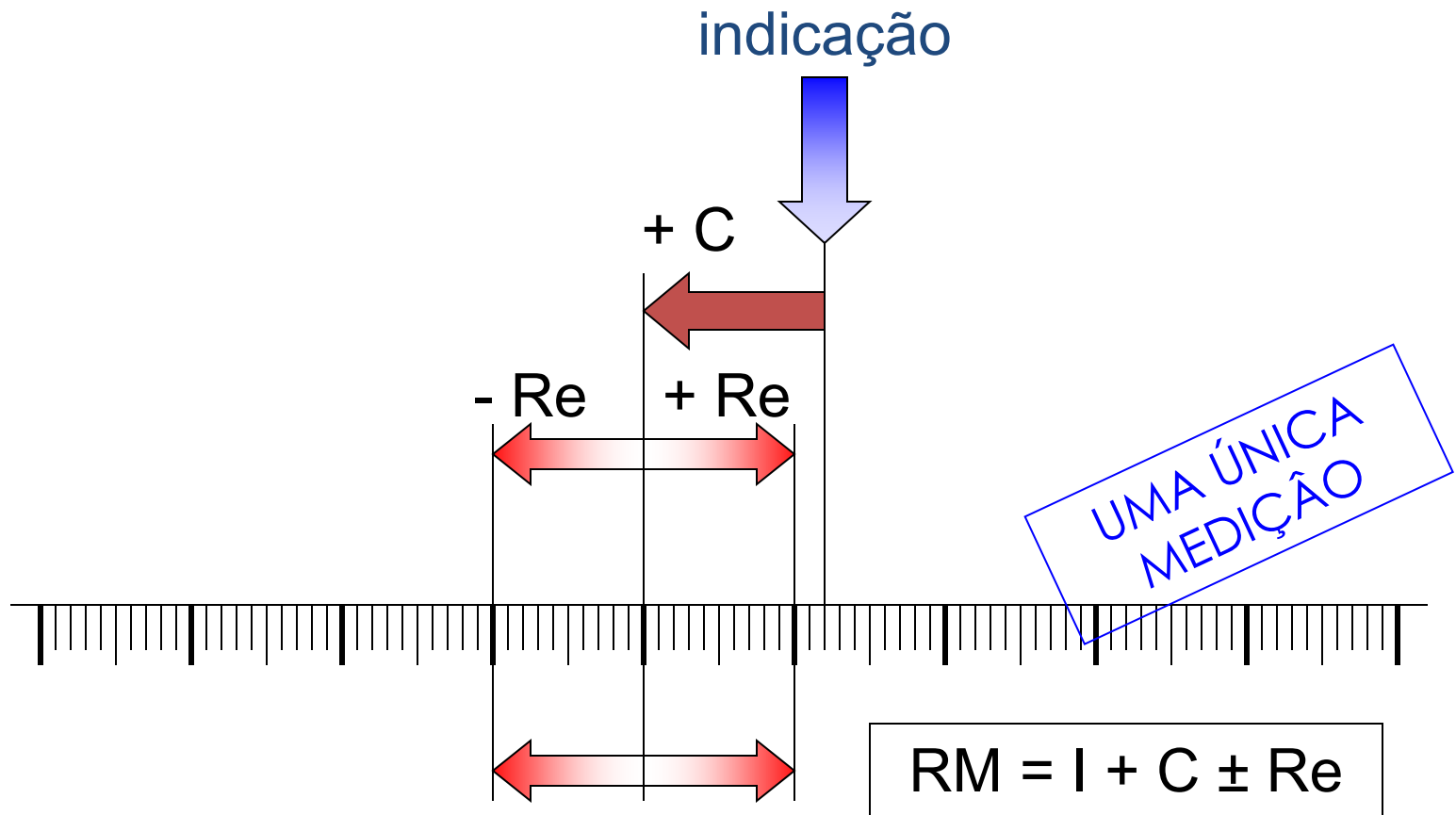
sim

sim

não

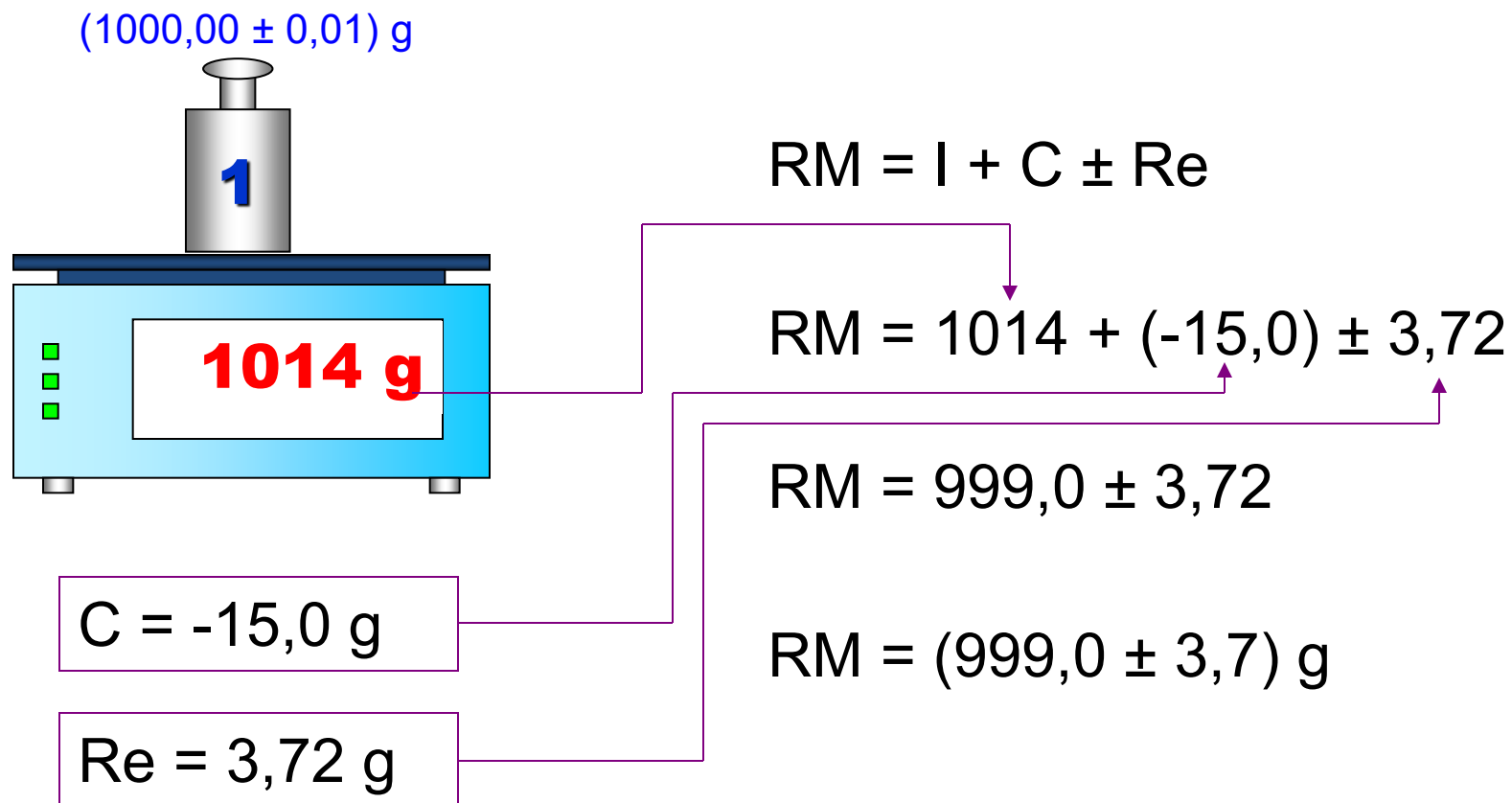


Caso 1



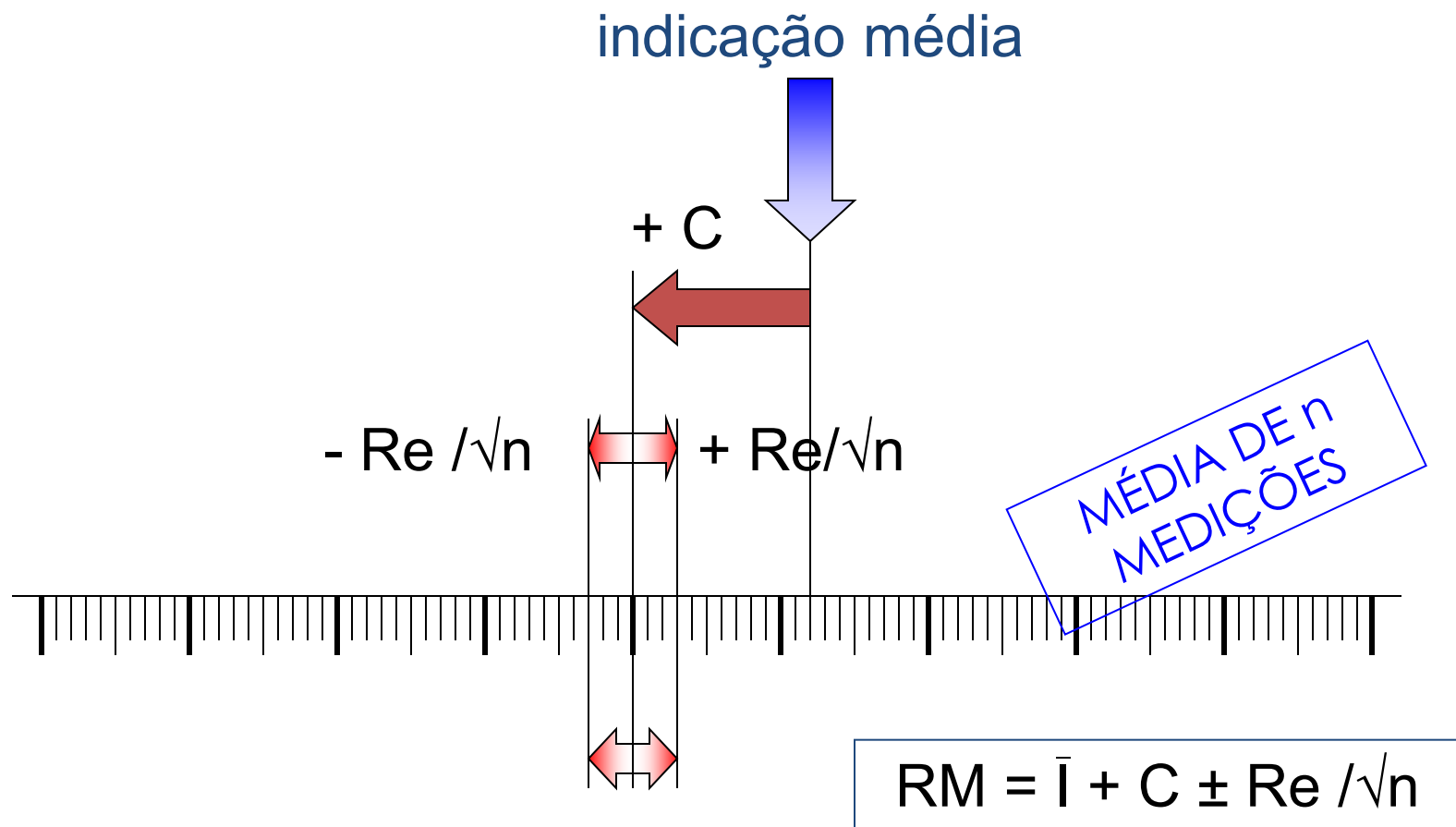


Caso 1 - Exemplo



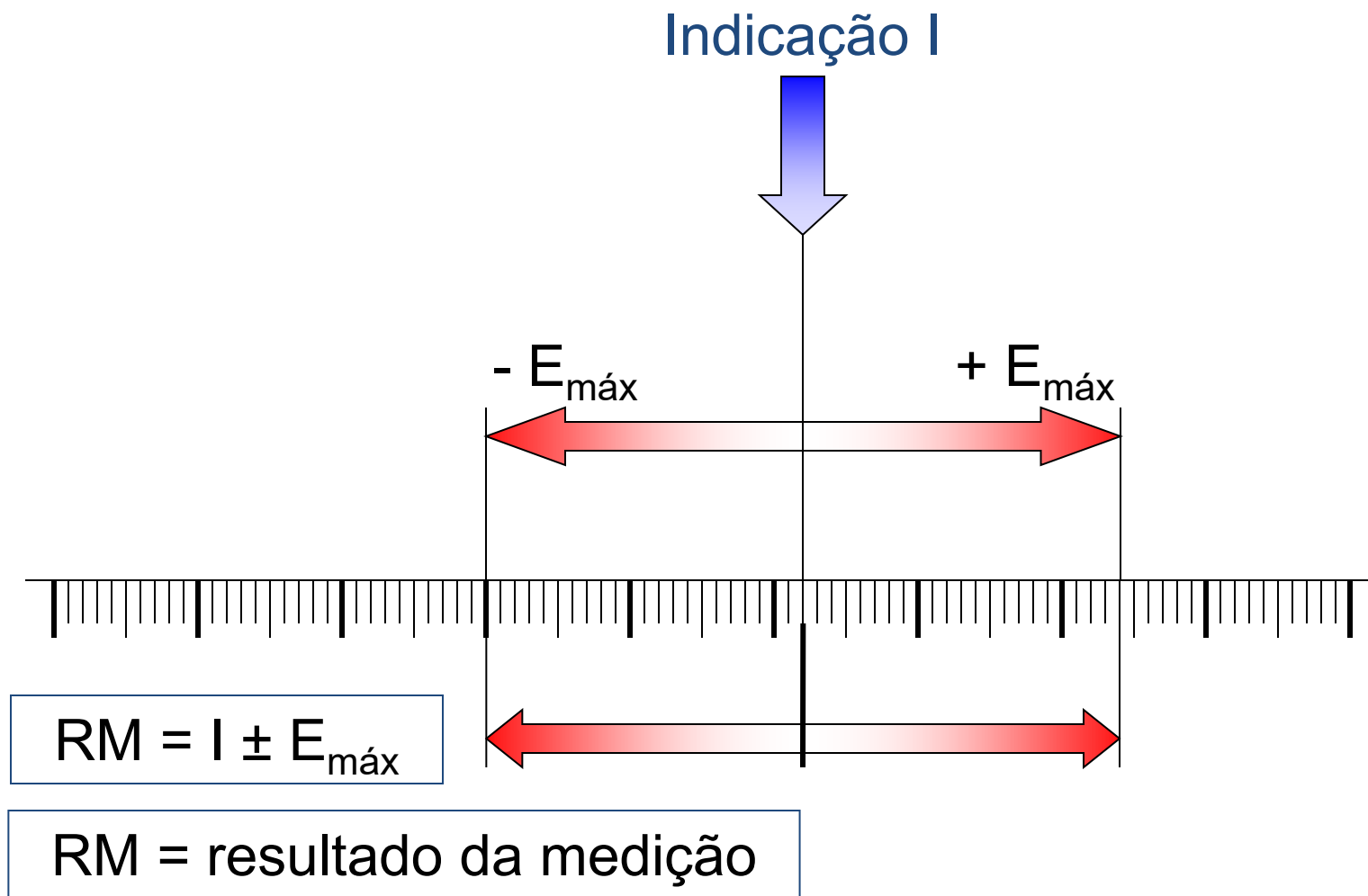


Caso 2



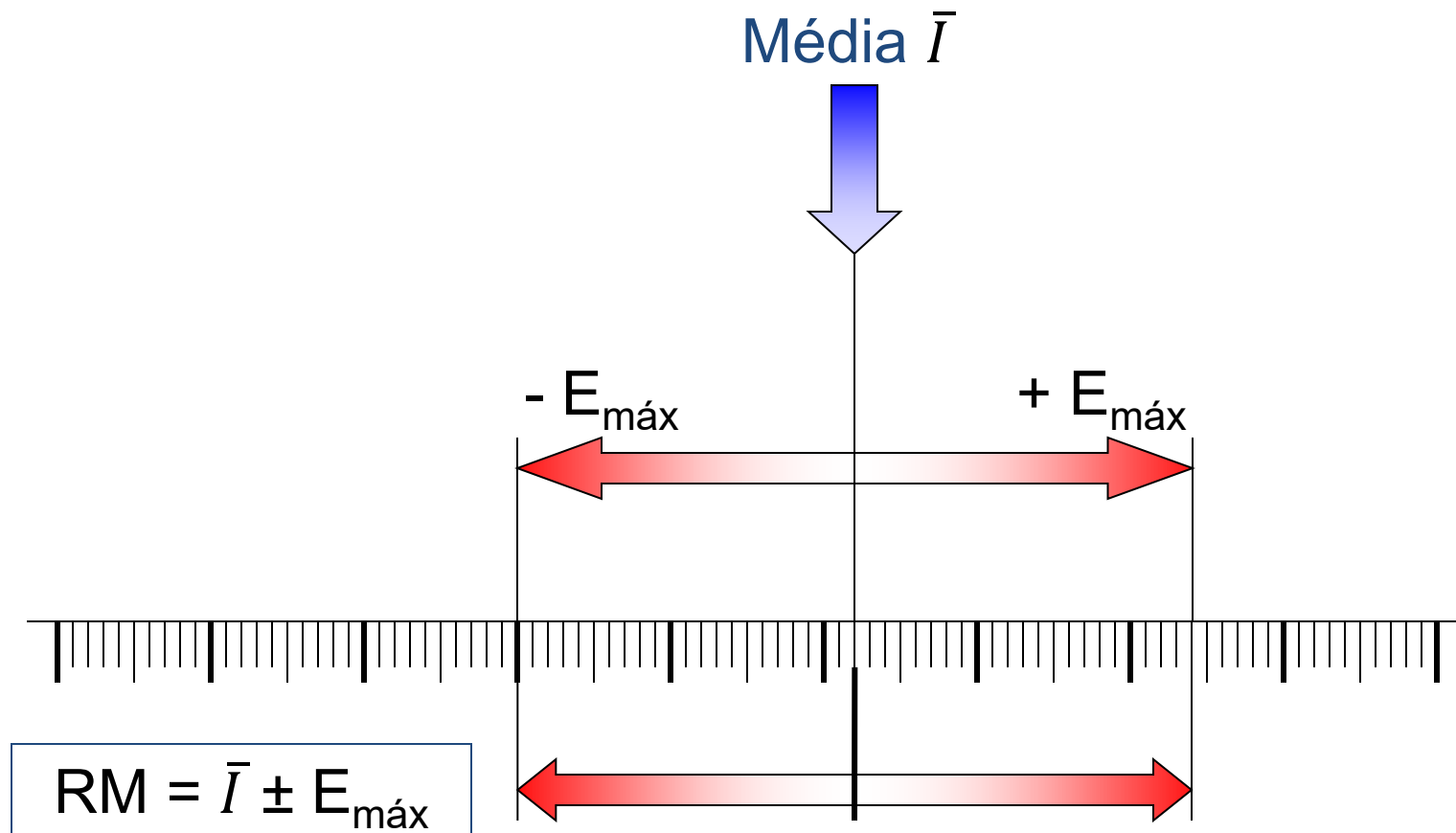


Caso 3 - Erro máximo ($E_{\text{máx}}$) conhecido - mensurando invariável



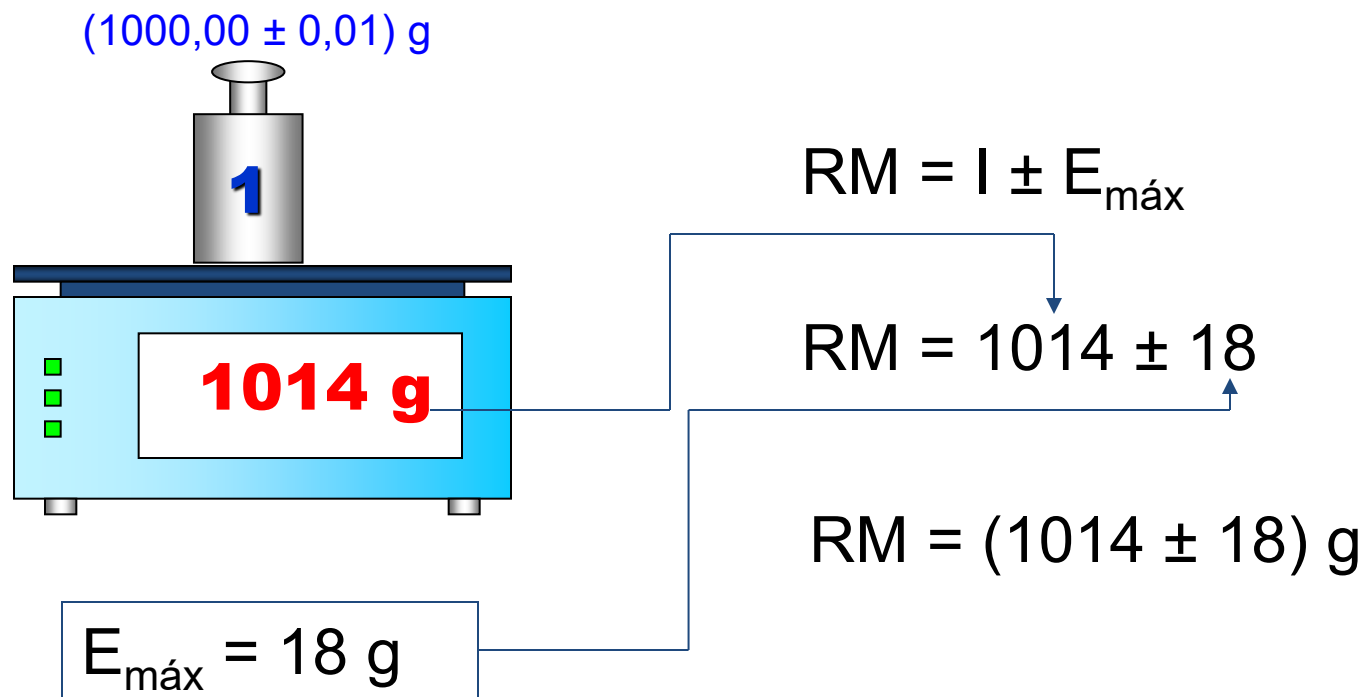


Caso 3 - Erro máximo ($E_{\text{máx}}$) conhecido - mensurando invariável



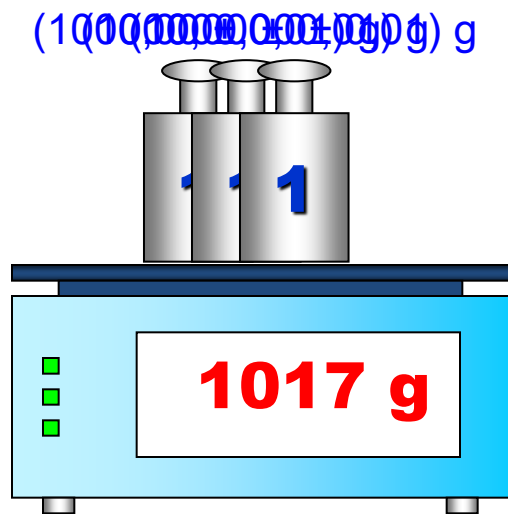


Caso 3 – Exemplo 1





Caso 3 – Exemplo 2



$$E_{\text{máx}} = 18 \text{ g}$$

1014 g
1015 g
1017 g
1012 g
1015 g
1018 g
1014 g
1015 g
1016 g
1013 g
1016 g
1015 g

$$\bar{I} = 1015 \text{ g}$$

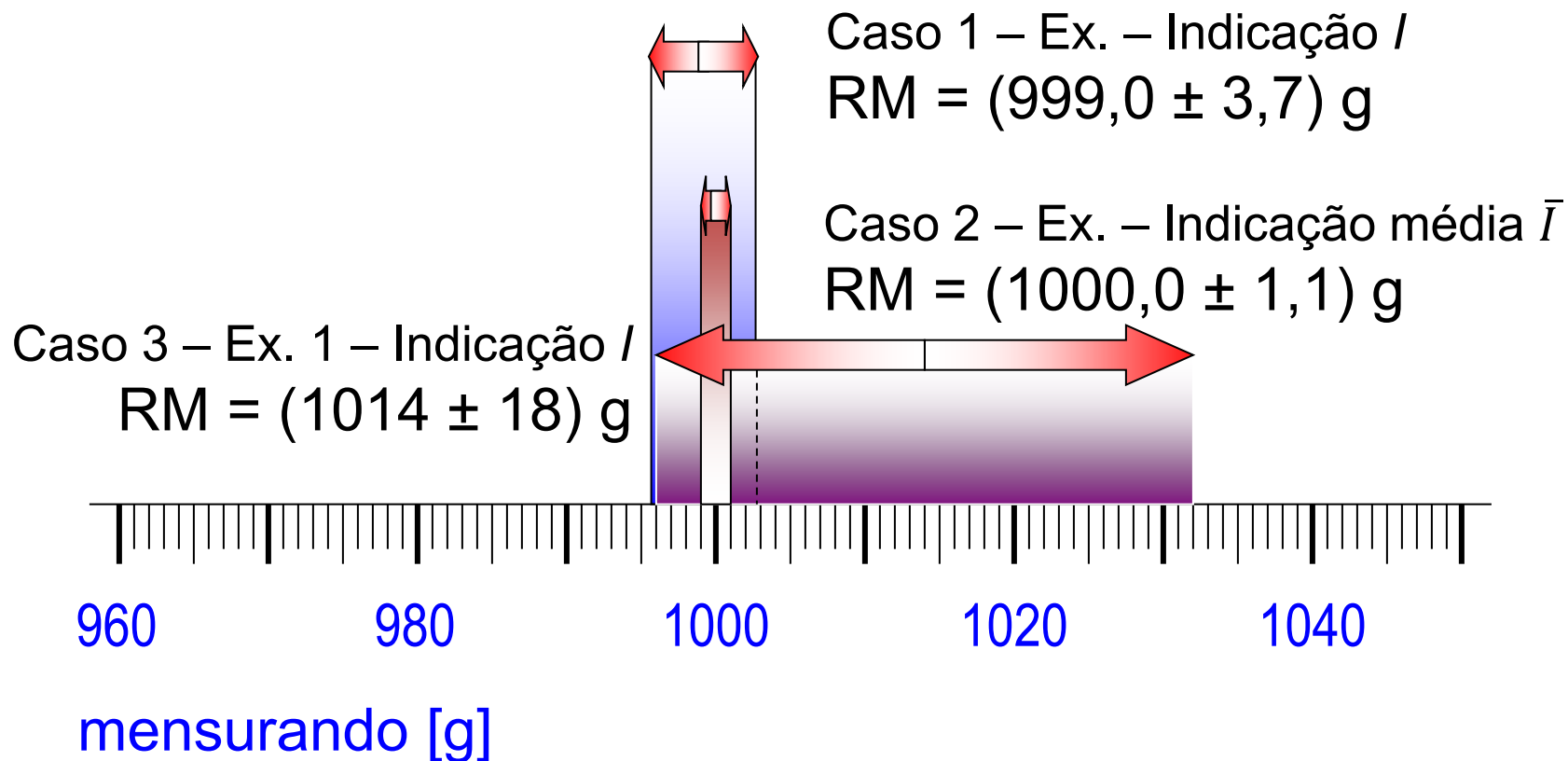
$$RM = \bar{I} + E_{\text{máx}}$$

$$RM = 1015 \pm 18$$

$$RM = (1015 \pm 18) \text{ g}$$



Representação gráfica dos três resultados





A Grafia Correta do Resultado da Medição (RM)



Algarismos Significativos (AS)

➡ Exemplos:

- ➡ 12 tem dois AS
- ➡ 1,2 tem dois AS
- ➡ 0,012 tem dois AS
- ➡ 0,000012 tem dois AS
- ➡ 0,01200 tem quatro AS

➡ Número de AS:

- ➡ conta-se da esquerda para a direita a partir do primeiro algarismo não nulo



Regras de Grafia

■ Regra 1:

- A incerteza da medição é escrita com até dois algarismos significativos.

■ Regra 2:

- O resultado base é escrito com o mesmo número de casas decimais com que é escrita a incerteza da medição.



Arredondamento

- Para arredondar 0,3906 para duas casas
- Se a última casa for 6, 7, 8 ou 9, soma-se uma unidade na casa anterior, ou seja:

0,391

- Se a última casa for 0, 1, 2, 3 ou 4, mantém o valor da última casa, como:

0,39

- Se na última casa tivermos o valor 5?
- Supondo termos 12,305 e neste caso e a penúltima casa, em **vermelho**, for par (no caso é **0**), elimina-se o último dígito, assim teremos:

12,30

- **Exemplos de arredondamento para apenas 1 casa:**

- a) 5,35687 -> 5,3569 -> 5,357 -> 5,36 -> 5,4
- b) 123,355 -> (a penúltima casa é **5**, em **vermelho**, logo aumenta a penúltima casa em uma unidade) -> 123,36 -> 123,4

- **Exemplos de arredondamento para 3 casas, supondo este resultado obtido na HP/Casio:**

- 123,35571126980342 -> 123,3557 -> 123,356

Olha daqui para cá!



A grafia do resultado da medição (RM)

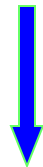
Exemplo 1:

$$RM = (319,213 \pm 11,4) \text{ mm}$$



REGRA 1

$$RM = (319,213 \pm 11) \text{ mm}$$



REGRA 2

$$RM = (319 \pm 11) \text{ mm}$$



A grafia do resultado da medição (RM)

Exemplo 2:

$$RM = (18,4217423 \pm 0,04280437) \text{ mm}$$

REGRA 1

$$RM = (18,4217423 \pm 0,043) \text{ mm}$$

REGRA 2

$$RM = (18,422 \pm 0,043) \text{ mm}$$

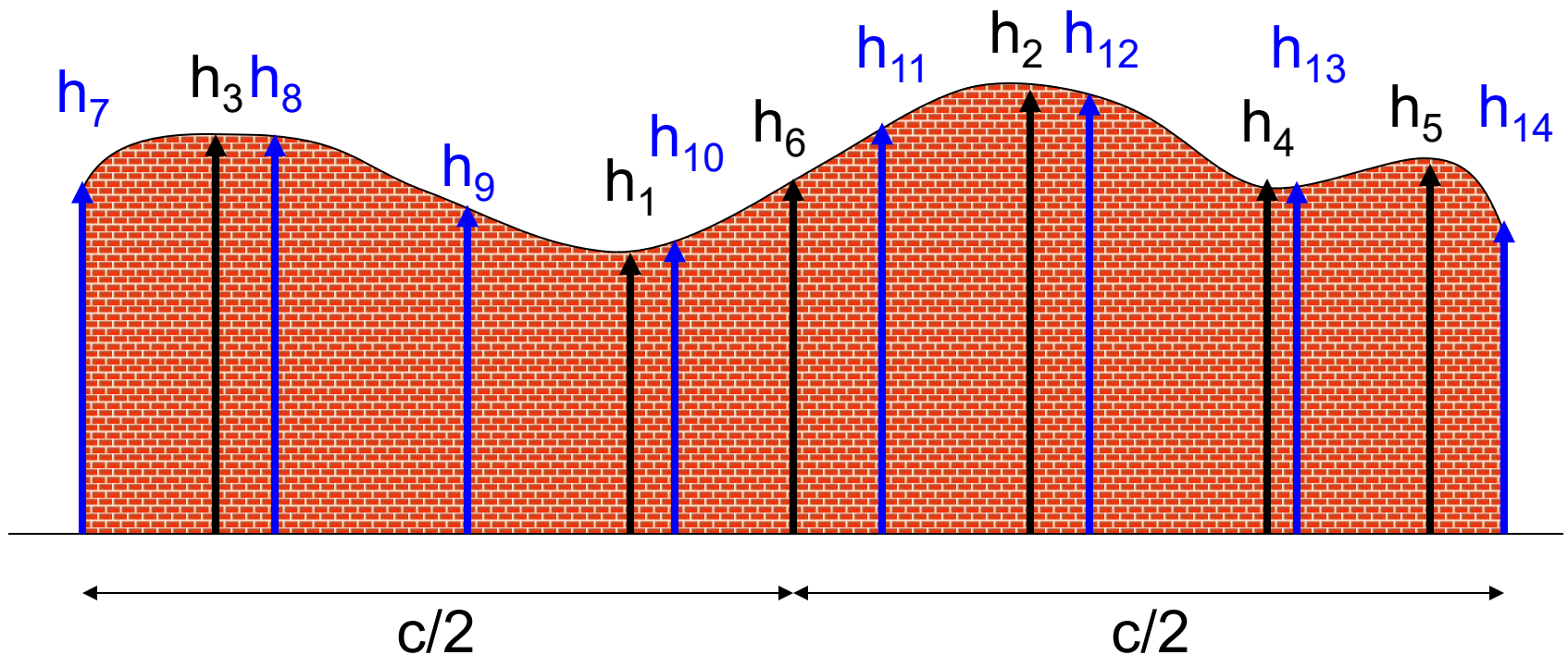


O resultado da medição (RM) de
um mensurando variável quando
a incerteza e correção
combinadas são conhecidas



Qual a altura do muro?

$h = \text{m\u00e9dia entre } h_7 \text{ a } h_{14}?$

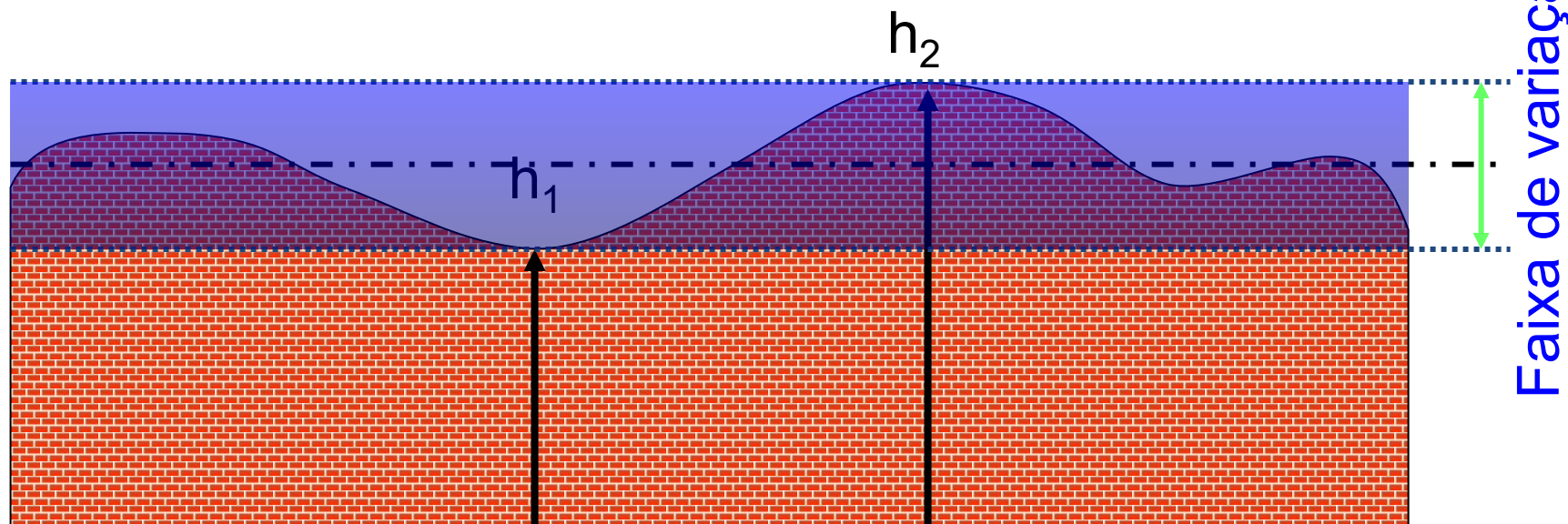


Qual seria uma resposta honesta?



Respostas honestas:

Varia entre um mínimo de h_1 e um máximo de h_2 .



A faixa de variação de um mensurando variável deve fazer parte do resultado da medição.



Medição de mensurando variável

- Deve sempre ser medido **muitas** vezes, em locais e/ou momentos distintos, para que aumentem as chances de que toda a sua **faixa de variação** seja **varrida**.



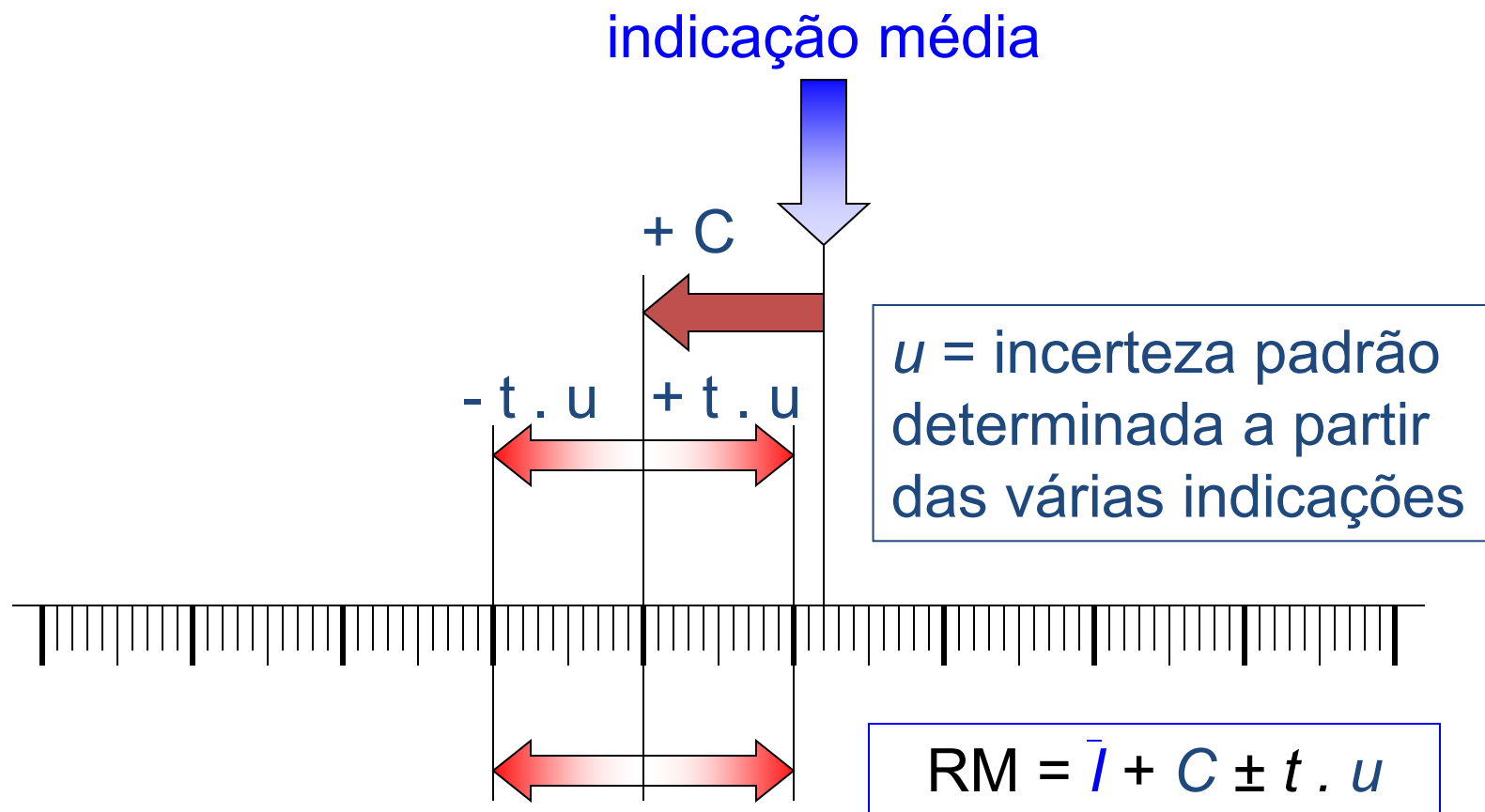
Mensurando variável

$$n > 1$$

Corrigindo erros sistemáticos



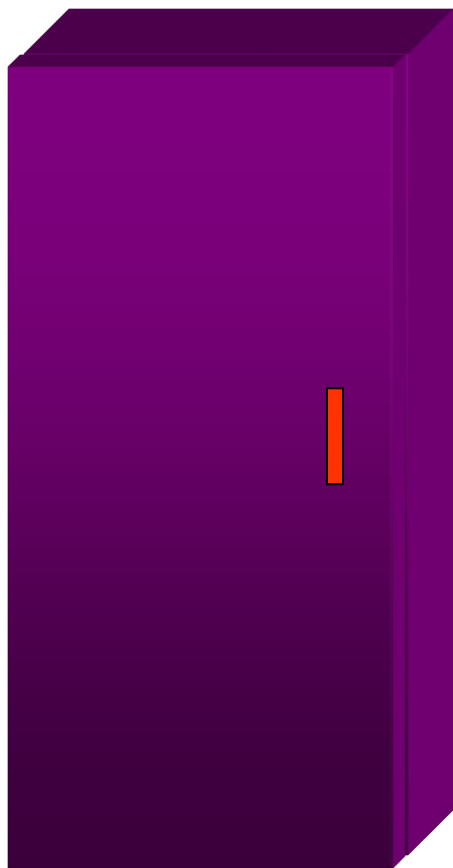
Caso 4



Para amostras finitas: $Re = t . U$,
onde Re é a **repetitividade**



Caso 4 - Exemplo Temperatura no refrigerador



Dos 480 pontos medidos, foi calculada a média $\bar{I}$ e incerteza padrão u :

$$\bar{I} = 5,82^{\circ}\text{C}$$

$$u = 1,90^{\circ}\text{C}$$

Correção definida pelo fabricante:

$$C = - 0,80^{\circ}\text{C}$$



Caso 4 - Exemplo

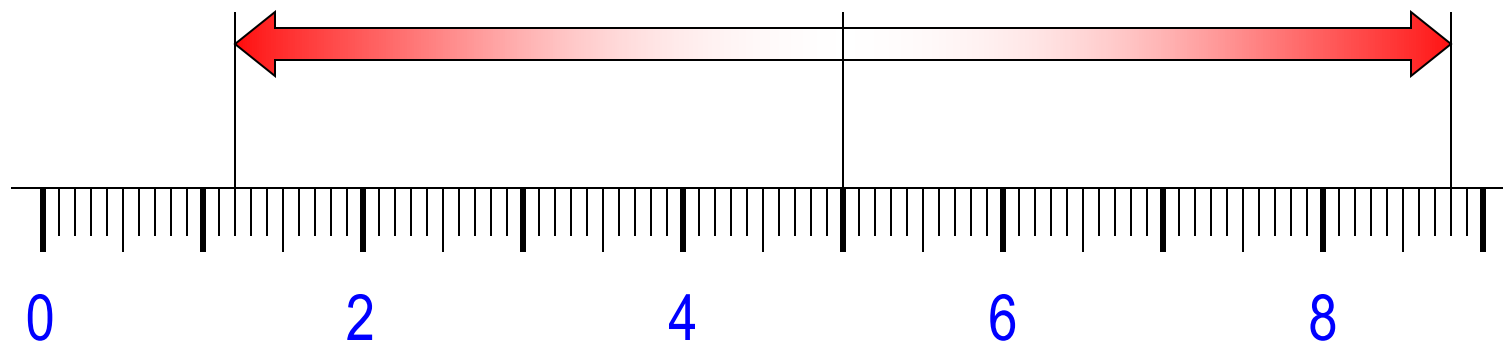
Temperatura no refrigerador

$$RM = \bar{I} + C \pm t \cdot u$$

$$RM = 5,82 + (-0,80) \pm 2,00 \cdot 1,90$$

$$RM = 5,02 \pm 3,80$$

$$RM = (5,0 \pm 3,8)^{\circ}\text{C}$$





Mensurando variável

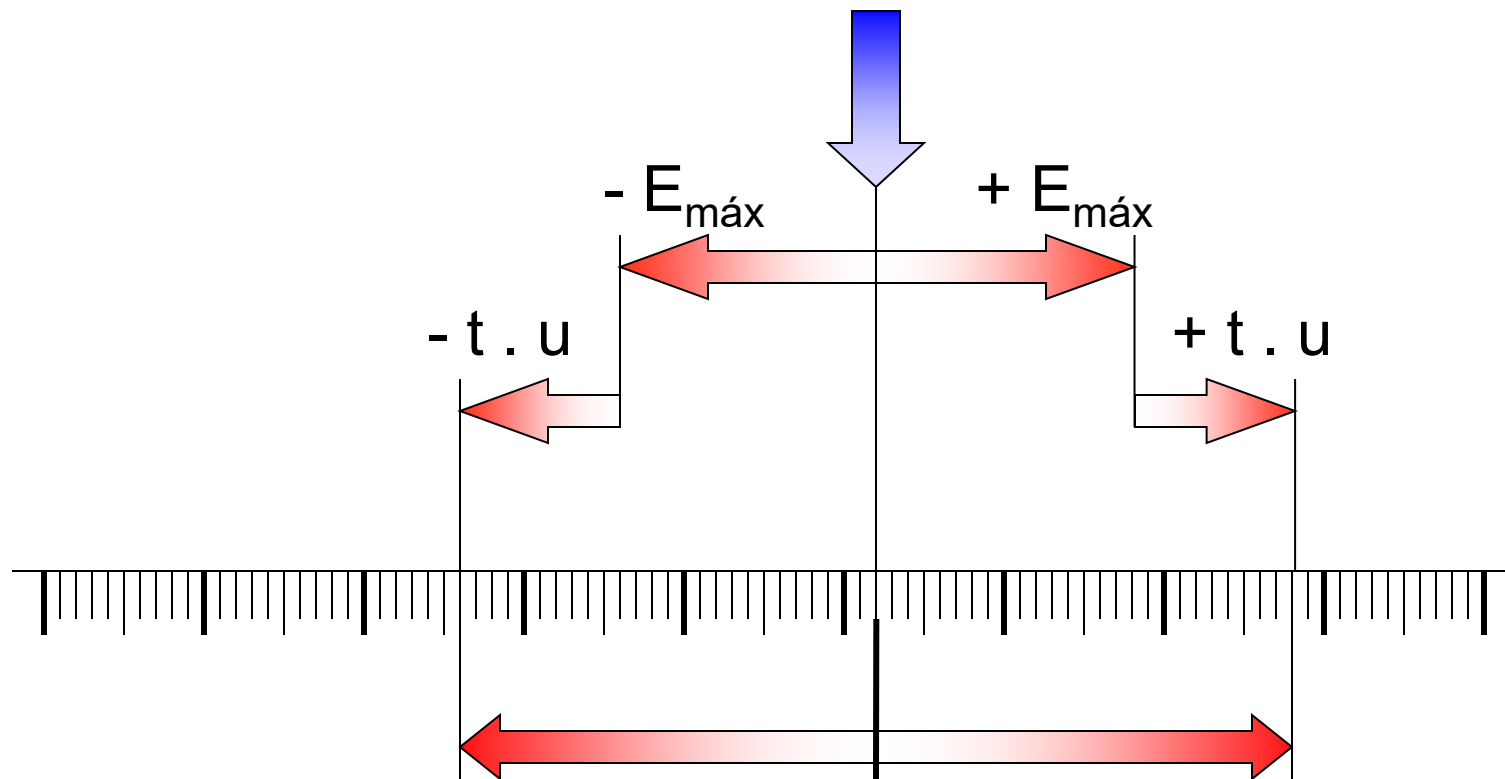
$$n > 1$$

Não corrigindo erros sistemáticos



Caso 5 - Erro máximo conhecido e mensurando variável

indicação média



$$RM = \bar{I} \pm (E_{\text{máx}} + t \cdot u)$$



Caso 5 - Exemplo

Velocidade do vento



A velocidade do vento foi medida durante 10 minutos uma vez a cada 10 segundos.

Dos 60 pontos medidos, foi calculada a média $\bar{I}$ e a incerteza padrão u :

$$E_{\text{máx}} = 0,20 \text{ m/s}$$

$$\bar{I} = 15,8 \text{ m/s}$$

$$u = 1,9 \text{ m/s}$$



Caso 5 - Exemplo Velocidade do vento

$$RM = \bar{I} \pm (E_{\text{máx}} + t \cdot u)$$

$$RM = 15,8 \pm (0,2 + 2,0 \cdot 1,9)$$

$$RM = (15,8 \pm 4,0) \text{ m/s}$$

